点集拓扑学
@图灵的猫

- 第一章 朴素集合论
  - 1.1 集合的基本概念
    - 给定两集合情形
    - 幂集、差集
    - 集合各项不唯一或这个集合的一个元素
  - 1.2 集合的基本运算
    - De Morgan 律
    - 补集
  - 1.3 关系
    - 定义域、值域
    - 定理1.3.1
    - 定理1.3.2
  - 1.4 等价关系
    - 集合族、商集
    - 定义 —— 所以这有意义，也可以有多个商集
  - 1.5 映射
    - 定理1.5.1
    - 定理1.5.2
    - 单射
    - 满射
    - 双射、扩张
    - 投影
    - 自然投射
  - 1.6 有限集及其不可公
    - 等势集及定义
    - 自反律
    - 对称律
    - 传递律
    - De Morgan 律
    - 子集序
    - 无未相对即可集合是不相交的关系
  - 1.7 可数集、不可数集、基数
    - 可数集
      - 有限集的定义
      - 可数集的定义：定理1.7.1 - 定理1.7.4
      - 定理1.7.5推论：存在不可数集
    - 基数
      - 基数不 之为 card A
      - 基数是一个集合
      - Cantor Bernstein定理
  - 关于集合的等基知识，为后不点集拓扑学重大
- 第二章 拓扑空间与连续映射
  - 2.1 度量空间引进映射
    - 度量、度量空间
      - 定义
      - 离散的度量空间
    - 度化问题
      - 定义（通过度量定义）
      - 性质（3条）
    - 邻域
      - 定义（通过邻域定义）
      - 性质（3条）
    - 邻点
      - 定义（通过开集定义）
      - 充要条件（直接或通过邻域引进邻点的表示）
    - 度量空间特性也在A、对连续
      - 定义（通过邻域引进定义）
      - 度量空间是特殊的
      - 定义（通过点连续定义）
      - 定理2.1.6
        - 度量空间有度量空间之间的点连续特别强连续 广为的空间间的连续特别的定义
  - 2.2 拓扑空间引进映射
    - 拓扑、拓扑空间
      - 定义
      - 平凡空间
      - 离散空间
      - 印度度量空间
    - 开集（通过拓扑自身的拓扑的定义）
    - 拓扑空间连续映射
      - 定义（通过开集定义）
      - 同胚
        - 定义
        - 拓扑不变性质（拓扑学的中心任务）
  - 2.3 邻域与邻域系
    - 邻域、邻域系
      - 定义（通过开集定义）
      - 开集的充要条件（是每一点的邻域组合）
      - 邻域系的基本性质（4条）
      - 因为空间特别它的A，也连续
        - 定义（通过邻域定义）
        - 定理2.3.5
          - 拓扑空间是由点连续的邻域上自然定义出来的拓扑；拓扑空间是由邻域的拓扑定义所决定的
          - 注：度量空间是也点连续的邻域上自然定义出来的拓扑；拓扑空间是由邻域的拓扑定义所决定的
  - 2.4 聚集、闭集、闭包
    - 聚集点、导集、闭点集
      - 定义
      - 度量空间的导集
        - 离散空间的点是不是的导集是空集
      - 平凡空间的导集
        - 平凡空间的点集
      - 不是空间的导集
        - 拓扑特别的点集
      - 定理2.4.7
        - 导集的闭点集（内部）
    - 闭集
      - 定义（通过导集定义）
      - 度量空间的闭集
        - 也可一个度量都是闭集
      - 平凡空间的闭集
        - 平凡一个也空间集子是都不是闭集
      - 定理2.4.2
        - 充要闭充要条件（拓扑集闭）
      - 定理2.4.3
        - 闭集的相对性质（4条）
      - Cantor 三分集是实数空间的一个闭集
    - 闭包
      - 定义（通过导集定义）
      - 定理2.4.5
        - 闭包的相对性质（4条）
      - 定理2.4.6
        - 闭集的充要条件（是闭包运动）
      - 定理2.4.9
        - 一个集合的闭点是包含集合个集合的最小闭集
      - 闭包运算
        - Kuratowski闭包公理
      - 定理2.4.9
        - 度量空间的定义等价，闭包
      - 定理2.4.10
        - 因为空间的邻域特别的充要条件（的闭集，闭包运动）
  - 2.5 内部、边界
    - 内部
      - 定义（通过定义内点定义）
      - 定理2.5.1
        - 内部引进定义的内容关系
      - 定理2.5.2
        - 开集的充要条件（4条内部闭）
      - 定理2.5.3
        - 内部的性质性质（4条）
      - 定理2.5.4
        - 一个集合的内部乃是包含于这个集合的最大的开集
      - 内部运算（定义闭包运算）
    - 边界
      - 定义
      - 定理2.5.6
        - 因为、内部、边界之间的关系
      - 定理2.5.8
        - 因为空间的邻域特别的充要条件（因为特别的）
  - 2.6 集与子集
    - 集
      - 定理2.6.2
        - 集的充要条件（通过因为空间每一点的邻域组合）
      - 定理2.6.3
        - 闭集的最满足的条件（闭集）
    - 子集
      - 定义（通过开集的充要定义来定义）
      - 定理2.6.4
      - 定理2.6.5
        - 因为空间特别连续性充要条件（通过集与子集相近）
    - 邻域集
      - 定义（用拓扑的充要条件定理2.6.2定义）
    - 邻域子集
      - 定义（用拓扑子集定义）
      - 定理2.6.6
        - 因为空间特别互是一比连续的充分要条件（通过邻域集与邻域子集相近）
      - 定理2.6.7
        - 是与邻域是，子集与邻域子集的关系
  - 通过已知的度量空间来连续的拓扑空间的二种特别方法
- 第三章 子空间、积空间、商空间
  - 3.1 子空间
    - 度量子空间
      - 定义
      - 定理3.1.1
        - 子空间不是的充要条件
    - 拓扑
      - 定义
      - 定理3.1.2
    - 拓扑子空间
      - 定义（通过特别定义）
      - 定理3.1.3
        - 拓扑空间与其子空间关子集的关系
      - 定理3.1.4
        - 拓扑空间与其子空间关子子集的关系
      - 定理3.1.7
        - 拓扑空间与其子空间关子子集的关系
      - 嵌入
  - 3.2 积空间（有限积）
    - 笛卡尔积（无限积）
- 第四章 连通性
  - 4.1 连通空间
    - 不连通空间
      - 定义
      - 两个集的连通
      - 不连通空间
      - 平凡空间
      - 离散空间
      - 离散空间中任何两个不交的子集都是离散的
      - 由Rn是子空间中的度量子集的充要条件
      - 定理4.1.3
    - 不连通空间
      - 定义（通过离散子集定义）
      - 不连通空间的定义的充分条件
      - 定理4.1.5
    - 连通空间
      - 定义（通过不连通空间定义）
      - 连通空间
      - 实数空间Rn是一个连通空间
      - 定理4.1.9
    - 连通子集
      - 定义
      - 定理4.1.11 - 定理4.1.17
      - 连通子集的性质
      - 连通性是一个在连续映射下保持不变的性质
      - 定理4.1.18
      - 连续映射下保持不变的性质
  - 4.2 连通分支
    - 定义
    - 拓扑空间中的连通关系是一个等价关系
    - 定义（通过等价定义）
    - 连通分支
    - 连通分支的性质
    - 定理4.2.1
    - 拓扑空间的每一个连通分支都是闭的一个最大连通子集
    - 点的分 ≈ 的等价一个连续映射
    - 定义
    - 路径、路径
    - 闭路 —— 道路
    - 圈点
    - 曲线端点
    - 定义（通过道路定义）
    - 道路连通空间
    - 道路连通定义的充分条件
    - 定理4.2.3
    - 道路连通是一个在连续映射下保持不变的性质
    - 定理4.2.4
    - 道路连通子集
    - 定理4.2.5（M的不同）
    - 定义
    - 拓扑空间中的道路等价关系是一个等价关系
    - 拓扑空间的道路连通分支
    - 定义（通过等价定义）
    - 道路连通分支
    - 道路连通分支的性质
    - 定理4.2.8
  - 拓扑空间中的连通性，讨论的不是拓扑空间本身，而是拓扑空间的子集的拓扑性质，这是拓扑学的重要特征，这是拓扑学的核心基本概念的拓扑性质，这是拓扑学的重要特征，拓扑空间的连通性，道路连通性，紧性，内部，闭包，边界，子集，商空间
- 第五章 有关可数性的公理
  - 5.1 第一与第二可数性公理
    - 邻域
      - 定义（通过可数基定义）
      - 在拓扑Rn满足第二可数性公理
      - 定理5.1.2
    - 邻点
      - 每一个度量空间都满足第一可数性公理
      - 定理5.1.3
      - 每一个度量第二可数性公理的充要条件
      - 定理5.1.4
      - 满足第一、第二可数性公理的性质是可遗传的
      - 定理5.1.5
      - 满足第一、第二可数性公理的性质是可遗传的
      - 定理5.1.6
      - 因为空间的某种拓扑特别的性质，因此一定的空间具有这个性质，那么它的任何一个子空间的拓扑具有这个性质
      - 对于子空间（拓扑空间）可遗传的性质
      - 可遗传性质
      - 满足第一、第二可数性公理的性质是可遗传的
      - 定理5.1.9
  - 5.2 可分空间
    - 稠密子集
      - 定义
      - 用个邻域稠密，g是稠密子集上的连续映射，Rn g
      - 定理5.2.1
    - 可分空间
      - 定义（通过可数稠密子集定义）
      - 每一个度量第二可数性公理的空间都是可分空间
      - 定理5.2.2
      - 推论5.2.2：满足第二可数性公理的空间每一个子空间都是可分空间
      - 每一个可分的度量空间都满足第二可数性公理
      - 定理5.2.5
      - 推论5.2.5：可分度量空间的每一个子空间都是可分空间
      - 但是第不可数子空间是度量空间一定不是可分的
      - 离散空间
  - 5.3 Lindelof 空间
    - 可数覆盖、有限覆盖
      - 子覆盖
      - 开（闭）覆盖
      - 定义
      - 实数空间的子集的是一个有界闭集是由开（闭）覆盖
      - Heine-Borel定理
      - 定义（通过第一个开覆盖都有可数子覆盖定义）
      - 但由每不可数个点的集合空间不是一个Lindelof 空间
      - 离散空间
      - 任何一个满足第二可数性公理的空间都是Lindelof 空间
      - 定理5.3.1：Lindelof 定理1
      - 推论5.3.2：满足第二可数性公理的空间每一个子空间都是Lindelof 空间
      - 每一个Lindelof 覆盖空间都满足第二可数性公理
      - 定理5.3.3
      - Lindelof 空间的每一个开空间都是Lindelof 空间
      - 定理5.3.4
      - 因Lindelof 空间的每一个子空间都是Lindelof 空间 但是Rω是的一个子可数子集，因此不会成空间是Rω的一个子覆盖
      - 定理5.3.5
      - 有关可数性的几个公理之间的关系
  - 5.4 拓扑连通空间
    - 拓扑连通
      - 定义（通过等价定义）
      - 连通空间
      - 关键分支的性质
      - 定理5.4.1
      - 拓扑空间的每一个连通分支都是闭的一个最大连通子集
      - 点的分 ≈ 的等价一个连续映射
      - 定义
      - 路径、连通
      - 闭路 —— 道路
      - 圈点
      - 曲线端点
      - 定义（通过道路定义）
      - 道路连通空间
      - 道路连通定义的充分条件
      - 定理5.4.3
      - 道路连通是一个在连续映射下保持不变的性质
      - 定理5.4.4
      - 道路连通子集
      - 定理5.4.5（M的不同）
      - 定义
      - 拓扑空间中道路连通关系是一个等价关系
      - 拓扑空间的道路连通分支
      - 定义（通过等价定义）
      - 道路连通分支
      - 道路连通分支的性质
      - 定理5.4.8
  - 拓扑空间中的道路连通性
- 第六章 分离性公理
  - 6.1 T0空间、T1空间、Hausdorff空间
    - T0空间
      - 定义（拓扑不同的任意两个不相同的点中每一个点有一个开邻域不包含另一个点）
      - T0空间充要条件
      - 定理6.1.1
      - T0空间不是拓扑充要条件
      - 定理6.1.2
    - T1空间
      - 定义（拓扑不同的任意两个不相同的点中每一个点都有一个开邻域不包含其一个点）
      - T1空间充要条件
      - 定理6.1.3
      - T1空间不是拓扑充要条件
      - 定理6.1.5
    - Hausdorff空间（T2空间）
      - 定义（通过度量的角度定义）
      - 度量的同 （同）同胚
      - 定义（拓扑不同的任何一个点的拓扑一个不同点这个点的拓扑是都各有一个开邻域，它们互不相交）
      - 这种空间的充要条件
      - 定理6.2.1
      - 定义（拓扑Rn的任何两个互不相交的闭集各有一个开邻域并且这两个邻域互不相交）
      - 正则空间
      - 正则定理充要条件
      - 定理6.2.2
      - 正则定理
      - 定义（正则的空间）
      - T3空间
      - 定义（正规的空间）
      - T4空间
      - 每一个度量空间都是T3空间
      - 定理6.2.3
  - 6.2 正则空间、正规空间、T3空间、T4空间
  - 6.3 完全正则空间、Tychonoff空间
    - 完全正则空间
      - 定义（连续函数的，并一切空间）
      - 完全正则的空间的Tychonoff空间，或T3.5空间
      - T3.5空间
      - 每一个完全正则空间都是正则空间
      - 定理6.3.1
      - 每一个正则的正规的空间都是完全正则空间
      - 定理6.3.2
  - 6.4 T0 离散公理与子空间、和空间和商空间
    - 离散正则空间
      - 定义
      - 定理6.4.1
      - 每一个正则的正规的空间都是离散正则空间
      - 定理6.4.2
      - 每一个Lindelof的可数离散正则空间是离散正则空间
      - 定理6.4.3
      - 定理6.4.4
      - 每一个正则的正规的空间是离散正则空间
      - 定理6.4.5
      - 每一个正则的正规的空间是离散正则空间
      - 定理6.4.6
  - 6.5 T1 离散公理
    - 因为空间是T0 T1 T2 T3 T3.5 T4 完全正则公理是可遗传性质
    - 定理6.5.1
    - 因为空间是T0 T1 T2 T3 T3.5 T4 完全正则公理是可遗传性质
    - 定理6.5.2
    - 因为空间是T0 T1 T2 T3 T3.5 T4 完全正则公理是可遗传性质
    - 定理6.5.3
  - 6.6 T2 Hausdorff空间
  - 6.7 正则空间
  - 6.8 正规空间
  - 6.9 T3 Tychonoff空间
  - 6.10 T4 空间
  - 每个拓扑空间的T0,Tychonoff空间，或T3.5空间
  - 每个拓扑空间的T0,T1,T2,T3,T3.5,T4空间
  - 每个拓扑空间的T0,T1,T2,T3,T3.5,T4空间
  - 每个拓扑空间的T0,T1,T2,T3,T3.5,T4空间
  - 每个拓扑空间的T0,T1,T2,T3,T3.5,T4空间
- 第七章 紧致性
  - 7.1 紧致空间
    - 定义（拓扑空间中的每一个开覆盖都有一个有限子覆盖，因此称拓扑空间是一个紧致空间）
    - 定义（中间的拓扑的一个子集 如果中间的子空间是一个紧致空间，则称A是拓扑空间的一个紧致空间）
    - 紧致子集
    - 紧致子集的充要条件
    - 定理7.1.1
    - 紧致子集
    - 紧致子集
    - 定义（每集A的每一个有限子集都有紧致空间，因此集A是一个有限集 或 每一个有限子覆盖，则称A是一个紧致空间）
    - 拓扑有限空间的集合
    - 定义（一个拓扑空间，则称是一个紧致空间 当且仅当中的每一个开覆盖 或 每一个有限子覆盖，则称是一个紧致空间）
    - 定理7.1.2
    - 每一个紧致子集是一个拓扑空间的子空间的闭（可以说在空间的紧致拓扑是闭集的特性 保持的特性，因此是每个子集的闭）
    - 定理7.1.4
    - 紧致空间的闭集一个闭子集都是紧致子集（紧致拓扑是有闭子集的闭性）
    - 定理7.1.5
  - 7.2 几种紧致拓扑及其间的关系
    - 可数紧致空间
      - 定义（拓扑是一个拓扑空间 如果对中的每一个可数覆盖一个有限覆盖 则称拓扑空间是一个可数紧致空间）
      - 每一个紧致拓扑都是可数紧致空间
      - 定理7.2.1
      - 每一个Lindelof的可数紧致空间都是紧致空间
      - 定理7.2.2
    - 列紧空间
      - 定义（拓扑是一个拓扑空间 如果对中的每一个无限子集 一个无限子空间
      - 每一个可数紧致空间都是列紧空间
      - 定理7.2.5
      - 每一个列紧的空间是紧致空间
      - 定理7.2.6
    - 序列紧致空间
      - 定义（拓扑是一个拓扑空间 如果对中的每一个序列都有一个序列子序列 收敛于拓扑空间的一个点
      - 每一个序列紧致空间是紧致空间
      - 定理7.2.8
  - 7.3 紧致性
    - 紧致性
    - 紧致性是一个拓扑空间的一个性质
    - 紧致性是一个拓扑空间的一个性质
    - 紧致性是一个拓扑空间的一个性质